Prof. Dr. Alfred Toth

Diamondtheoretische Kreisfunktionen

1. In Toth (2025a) hatten wir für die von Kaehr (2007) eingeführten Diamonds aus Strukturgründen Paare von Heteromorphismen und inversen Heteromorphismen eingeführt. So, wie im folgenden Diagramm fg von 1 nach 3 und g°f° von 3 nach 1 führt, führt ξ von 2 nach $2^{\smile}$ und ξ° von $2^{\smile}$ nach 2.

$$
\begin{tikzcd}
1 \arrow[dd, leftrightarrow, "id_1"] & & & 3 \arrow[lll, "g^\circ f^\circ"'] \arrow[dd, leftrightarrow, "id_3"'] \\
 & 2^{\smile} \arrow[d, dash] & 2 \arrow[l, "\mathrm{diff}_2"'] \arrow[d, dash] & \\
1 \arrow[r, "f"] & 2 \arrow[r, phantom, "\circ"] & 2 \arrow[r, "g"] & 3 \\
 & 2^{\smile} \arrow[u, dash] \arrow[r, "\mathrm{diff}_2"'] & 2 \arrow[u, dash] & \\
1 \arrow[uu, leftrightarrow, "id_1"] \arrow[rrr, "fg"'] & & & 3 \arrow[uu, leftrightarrow, "id_3"']
\end{tikzcd}
$$

Wir haben damit folgende Kreisfunktionen in Diamonds:

Bei Morphismen:

$$(1 \to 3) \to (3, 3, 3) \to (3 \to 1) \to (1, 1, 1)$$

Bei Heteromorphismen:

$$(2^{\smile} \to 2) \to (2) \to (2 \to 2^{\smile}) \to (2)$$

Das bedeutet, daß den Identitätsabbildungen bei Kategorien Differenzabbildungen bei den Saltatorien entsprechen. Da abhängig vom Objekt der Codomäne von f und vom Objekt der Domäne von g alle Objekte einer Kategorie auftreten können (vgl. Toth 2025b), korrespondiert jeder Identität eine „Gegenidentität“ (vgl. dazu Günther 1980).

Kategorien:	Saltatorien:
$id_1 = (1 \rightarrow 1)$	$diff_1 = (1^{\smile} \leftarrow 1)$
$id_2 = (2 \rightarrow 2)$	$diff_2 = (2^{\smile} \leftarrow 2)$
$id_3 = (3 \rightarrow 3)$	$diff_3 = (3^{\smile} \leftarrow 3)$

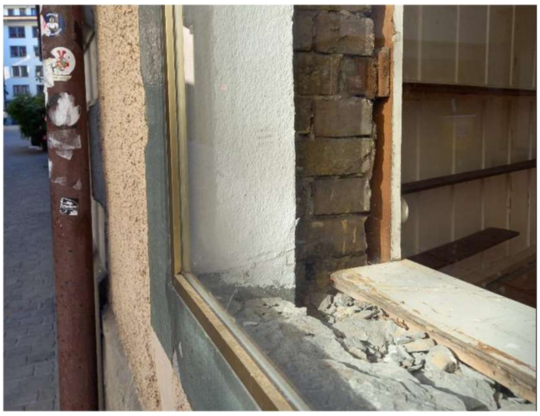
2. Wir betrachten nun heteromorphismische Kreisfunktionen in der Ontik.

2.1. Systemische Ränder

Für solche ist bekanntlich die in Toth (2015) eingeführte Randrelation

$R^* = (Ad, Adj, Ex)$,

zuständig, darin Ad für Adessivität oder Außen, Ex für Exessivität oder Innen und Adj für Adjazenz oder den Rand zwischen beiden steht.



Man kann hier von bloßem Auge sehen, daß der Weg durch den Rand von Außen nach Innen und derjenige von Innen nach Außen nicht derselbe sind. Setzen wir Ad = 1, Adj = 2 und Ex = 3, haben wir bei verdoppelter Bewegung

Außen → Rand → Innen → Rand$^{\smile}$ → Außen$^{\smile}$

bzw.

Innen → Rand → Außen → Rand$^{\smile}$ → Innen$^{\smile}$

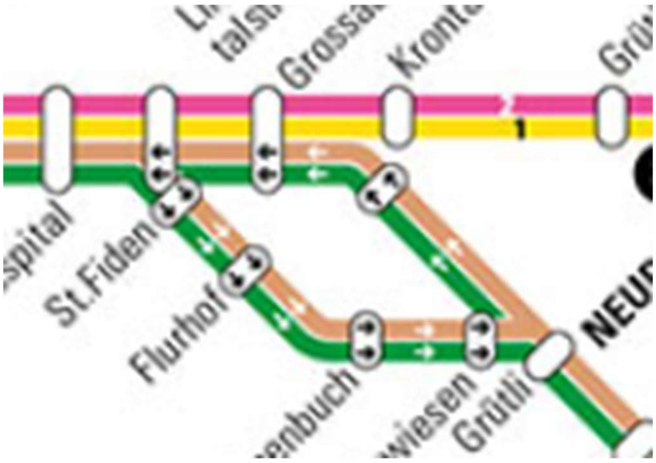
ein ontisches Modell für die Kreisfunktion

$$\begin{array}{ccccccc} & & 2^{\smile} & \longleftarrow & 2 & & \\ & & | & & | & & \\ 1 & \rightarrow_f & 2 & \circ & 2 & \rightarrow_g & 3 \\ & & | & & | & & \\ & & 2^{\smile} & \longrightarrow & 2 & & \end{array}$$

gefunden.

2.2. Abbildungstheoretische Ränder

Buslinien sind Beispiele für ontische Kreisfunktionen, denn ihre Domänen und Codomänen sind Wendepunkte, d.h. sie beschreiben Graphen, die in sich zurückkehren, so wie der Bus von einer Anfangsstation zu einer Zielstation hin- und her pendelt. Üblicherweise liegen die Haltestellen der beiden Funktionen fg und g°f°, also in die beiden Richtungen zur und von der Zielstation kommend, einander gegenüber und somit an der gleichen ontischen Teilfunktion. Der folgende Planausschnitt zeigt nun eine Abweichung von dieser Regel:



Die Wege Hin und Zurück sind zwischen den Haltestellen „Grütli“ und „St. Fiden“ ungleich, d.h. es handelt sich um eine Abbildung der Form

$$\begin{tikzcd}
\omega \arrow[rr, bend right, "\xi^{-1}"'] & & \alpha \arrow[ll, bend right, "\xi"']
\end{tikzcd}$$

die natürlich ebenfalls durch die Kreisfunktion

$$\begin{tikzcd}
 & 2^{\smile} & & 2 \arrow[ll] & \\
1 \arrow[r, "f"'] & 2 \arrow[u, dash] \arrow[d, dash] & \circ & 2 \arrow[u, dash] \arrow[d, dash] \arrow[r, "g"'] & 3 \\
 & 2^{\smile} \arrow[rr] & & 2 &
\end{tikzcd}$$

algebraisch beschreibbar ist. Wie es scheint, treten solche Kreisfunktionen in n-adischen Relationen mit $n \geq 3$ auf. Ein Beispiel für $n = 4$ ist

$$
\begin{tikzcd}
1 \arrow[rrrrrrrrrr] \arrow[ddd, dash] & & & & & & & & & & 4 \arrow[ddd, dash] \\
& & & & 2 \arrow[d, dash] & & 3 \arrow[ll] \arrow[d, dash] & & & & \\
& & 2 \arrow[d, dash] & & 2 \arrow[ll] \arrow[d, dash] & & 3 \arrow[d, dash] & & 3 \arrow[ll] \arrow[d, dash] & & \\
1 \arrow[ddd, dash] & \to & 2 \arrow[d, dash] & \circ & 2 \arrow[d, dash] & \to & 3 \arrow[d, dash] & \circ & 3 \arrow[d, dash] & \to & 4 \arrow[ddd, dash] \\
& & 2 \arrow[rr] & & 2 \arrow[d, dash] & & 3 \arrow[rr] \arrow[d, dash] & & 3 & & \\
& & & & 2 \arrow[rr] & & 3 & & & & \\
1 & & & & & & & & & & 4 \arrow[llllllllll]
\end{tikzcd}
$$

Literatur

Günther, Gotthard, Identität, Gegenidentität, Negativsprache. In: Hegel-Jahrbuch 1979. Köln 1980, S. 22-88

Kaehr, Rudolf, The Book of Diamonds. Glasgow, U.K. 2007

Toth, Alfred, Adessivität, Adjazenz und Exessivität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Bi-Zeichenklassen und Bi-Realitätsthematiken. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025a

Toth, Alfred, Identität und Gegenidentität in Diamonds. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2025b

1.4.2025